Las abejas también saben geometría

Materias: Matemáticas

Nivel: 2º y 3º ESO

Duración: 2 sesiones de 45 minutos

Objetivos:

- Formular hipótesis de cuáles son las razones por las que las abejas han escogido hexágonos regulares.
- Estudiar todas las formas que teselan el plano.
- Analizar las características de los patrones que siguen las abejas para construir los panales.
- Ver ejemplos de la naturaleza que siguen patrones matemáticos.

Descripción general

Es conocido que las abejas hacen sus panales encajando celdas hexagonales regulares. En la primera parte de esta propuesta veremos por qué han escogido esta forma y no otra.
Pero hay un tipo de abejas que, además de las celdas hexagonales, siguen complejos patrones matemáticos para construir los panales. Un estudio liderado por españoles, muestra cómo lo hacen. En la segunda parte de esta propuesta estudiaremos los patrones que siguen.

Enlace al recurso periodístico:

https://www.agenciasinc.es/Noticias/Que-patrones-matematicos-siguen-las-abejas-para-fabricar-sus-perfectos-panales

Relación del recurso con el **currículo escolar:**

Matemáticas 2º de ESO

Bloque 3. Geometría

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples. **Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.**	2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución. 3. Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.	2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas. 3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales

GOBIERNO DE ESPAÑA · MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACIÓN · FECYT FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 3º ESO

Bloque 3. Geometría

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.	2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas	2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.
Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.	6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.	6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés. 6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.

Bloque 2. Números y álgebra

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.	4. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.	4.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta criticamente el resultado obtenido

Bloque 3. Geometría

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Traslaciones, giros y simetrías en el plano.	4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. 5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.	4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte. 5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.

GOBIERNO DE ESPAÑA MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACIÓN
FECYT FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

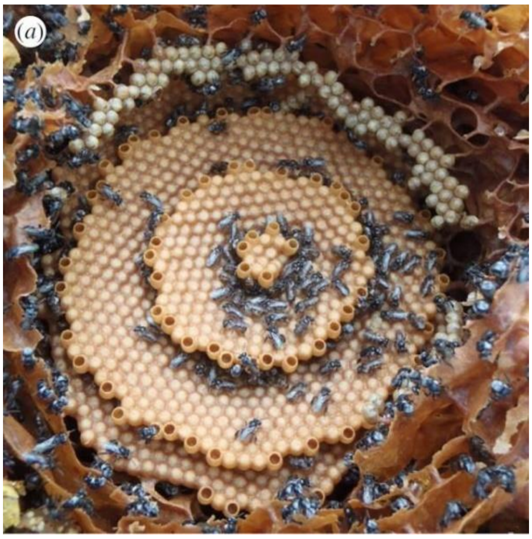
Contesta libremente. No son preguntas para evaluarte, sino para motivar y generar un pequeño debate en clase.

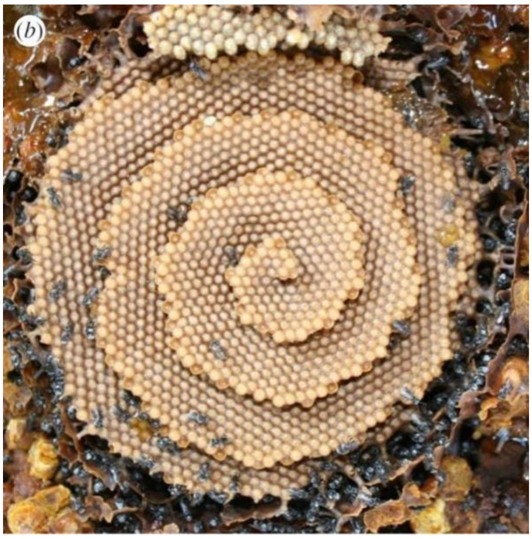
1

a) El mecanismo natural de selección de las especies hace que prosperen las soluciones óptimas: las más económicas en términos de gasto energético. ¿Qué aspectos crees que pueden hacer decidir a las abejas utilizar una forma u otra para las celdas de sus panales?

La forma hexagonal de las celdas de los panales no es casualidad. Tenemos que pensar que estas celdas están hechas de cera elaborada por ellas mismas. Por tanto las abejas escogerán una forma geométrica que les permita elaborar la mínima cantidad de cera sin dejar huecos, es decir, que encajen perfectamente, de esta manera cada tabique sirve para dos celdas.
Pero por otro lado, las celdas las necesitan para almacenar la miel que las abejas fabrican con el polen de las flores y para que la reina ponga sus huevos. Así que necesitan encerrar una superficie determinada con el mínimo perímetro. De estas dos observaciones, tal como se verá en las actividades posteriores, se llega a la conclusión de que la mejor forma poligonal es el hexágono regular.

b) Fíjate en las dos primeras fotografías de la noticia (a, b). ¿Podrías citar otros ejemplos de la naturaleza donde hayas visto este tipo de patrones?



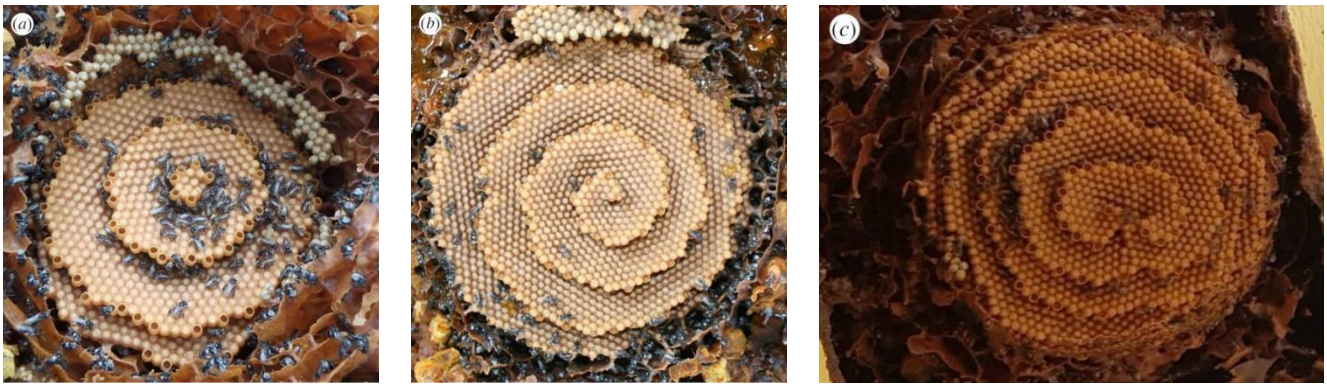


Aquí los alumnos pueden dar distintos ejemplos como:

- **Círculos concéntricos: anillas del tronco de los árboles, al tirar una piedra en el agua, la parte de arriba de algunas setas, etc.**
- **Espirales: Concha de caracoles, pétalos de flores, hojas de flores, cola del camaleón,… o los que se comentan en la noticia.**

2

a) Céntrate en las imágenes a, b y c de la noticia. ¿Qué diferencias observas? Estudia los ejes de simetría de cada patrón (patrones diana, espirales o espirales dobles).



a) Hay distintas diferencias como que las imágenes a y b tienen un centro en cambio la c tiene dos. Las imágenes a y c repiten la misma forma (círculos) pero son disconexos, en cambio el patrón de b es conexo (continuo).
Si nos fijamos en los ejes de simetría, la imagen a tiene infinitos ejes de simetría (todos los diámetros) en cambio eso no pasa en la imagen b y c. De hecho la espiral no tiene ningún eje de simetría. La espiral doble solo tiene uno.

b) Intenta describir con palabras (sin utilizar el nombre de los patrones) cada patrón de manera que un compañero que no haya leído la noticia, pueda reproducir las formas de los paneles. Puedes ayudarte utilizando palabras como radio, centro, ángulo,…

La imagen a) corresponde a círculos concéntricos, es decir, círculos con el mismo centro pero que el radio va aumentando un valor constante. Una espiral es una línea curva generada por un punto que se va alejando progresivamente del centro a la vez que gira alrededor de él. Normalmente se define con una función que depende de dos valores: el ángulo del punto respecto a un eje de referencia, y la distancia desde este punto al centro, situado en el vértice del ángulo. La doble espiral mostrada en la imagen c es una mezcla de las dos anteriores puesto que se trata de espirales dobles concéntricas.

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACIÓN
FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

3

a) ¿Con qué polígonos regulares (todos iguales) se puede teselar (recubrir sin agujeros) el plano?

De entre todos los polígonos regulares solo se puede teselar el plano con triángulos, cuadrados y hexágonos.

b) Pongamos que la abeja necesita que las celdas tengan todas una superficie determinada, por ejemplo $1cm^2$. ¿Podrías calcular el perímetro que tiene un cuadrado de superficie $1cm^2$? ¿Y el perímetro de un triángulo equilátero de la misma superficie? Por último haz lo mismo con el hexágono regular.

A partir de las fórmulas de área y perímetro del triángulo, cuadrado y hexágono y con ayuda del teorema de Pitágoras, se llega al resultado de que el perímetro del triángulo de área $1cm^2$ vale 4,56cm; el cuadrado tiene 4cm de perímetro y el hexágono 3,72cm.

c) Relaciona las respuestas anteriores con el problema de las abejas planteado inicialmente.

Como se puede ver en el apartado anterior, suponiendo que tengamos la misma superficie, la figura que tesela el plano y que tiene menor perímetro es el hexágono. Por tanto las abejas lo prefieren porque necesitan menos cera para fabricarlo.

4

Si lees la noticia podrás ver cómo, a raíz de la investigación que han llevado a cabo el grupo de científicos, han cambiado de teoría sobre cómo las abejas realizan estos panales. Podrías explicar cuál era la primera teoría y en qué se basaba y cuál ha sido el nuevo hallazgo de esta investigación?

Tal como se describe en la noticia, anteriormente se creía que para poder construir los panales siguiendo estos patrones, era necesario algún tipo de coordinación y comunicación entre las abejas obreras o alguna inteligencia superior. Lo que se ha descubierto mediante modelos matemáticos es que las abejas llegan a estos patrones sin necesidad de tener un plan previo o coordinación global, solo a través de la modificación del entorno, de acciones sencillas acumuladas.

GOBIERNO DE ESPAÑA MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACIÓN
FECYT FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA